Hier zeigen wir, wie sich z.B. die Wellengleichung (WG) der Elektrodynamik (ED) in zwei Schritten simpel auf das Vorhandensein eines Gravitationsfeldes (GF) verallgemeinern ließe, wenn eine variable Grenzgeschwindigkeit (die Lichtgeschwindigkeit) angenommen wird.
Hierzu werden wir durch die Anwendung der Schwarzschild-Metrik und ein Ergebnis der β-Theorie ermutigt.
Zugleich sehen wir hier einen Zusammenhang zwischen der klassischen ED bzw. der Quantentheorie (QT) auf der einen und der Gravitationstheorie (GT) auf der anderen Seite.

Hinweis:
Die hier vorgestellte gedankliche Möglichkeit – die wahrscheinlich unvollständig ist - zeigt, in welcher Art und Weise die klassische ED und die (relativistische) QT mit der GT in etwa verknüpft sind.

A) Vorbetrachtungen

A.1) Schwarzschild-Metrik (SM)

Die Schwarzschild-Metrik - eine Lösung der Einsteinschen Gleichung (EG) für ein statisches kugelsymmetrisches Gravitationsfeld einer Zentralmasse M im Vakuum - lautet

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_S}{r}\right)} - r^2\left(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2\right) \qquad mit \qquad r_S = \frac{2MG}{c^2} \tag{SM}$$

Für radiale Photonen (ds = 0) ergibt sich hieraus

$$c_* = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) c = \frac{dr}{dt}$$

Dies kann als eine effektive Grenzgeschwindigkeit c_* betrachtet werden, die von M und vom Abstand r zu dieser Zentralmasse abhängt.

A.2) β-Theorie

Der Vergleich der β-Theorie mit den Beobachtungen der Astronomie ergab, dass β = 1 ist und die Grenzgeschwindigkeit deshalb gemäß

$$c^2 = \frac{2M_U G}{R_U} \qquad\qquad R_U = R_U(T_U)$$

mit der Gesamtmasse M_U und dem Radius R_U des kugelförmig gedachten flachen Universums zusammenhängt. T_U ist das Alter vom Universum. $R_U(T_U)$ ergibt sich einfach aus der Friedmann-Differentialgleichung (FDGL) für ein flaches Universum. Dies bedeutet, dass die Grenzgeschwindigkeit c direkt vom Weltalter abhängig ist und mit der Ausdehnung des Universums zu immer kleineren Werten strebt.

B) Wellengleichung der ED (ED-WG)

In sphärischen Koordinaten haben wir

$$\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}\Psi(t,r,\vartheta,\varphi) = 0$$

(ED-WG)

Die Wellenfunktion Ψ hängt über die Maxwellschen Gleichungen (MGn) mit dem elektrischen Feld (EF) und dem magnetischen Feld (MF) zusammen.

C) Wellengleichung der relativistischen QT – Klein-Gordon-Gleichung (KGG)

In sphärischen Koordinaten haben wir für die freie KGG (weder ein EF noch ein MF sind vorhanden)

$$\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)-\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]+\frac{m_0{}^2c^2}{\hbar^2}\right\}\Psi(t,r,\vartheta,\varphi)=0$$

(KGG)

Diese Gleichung könnte formal als WG der ED gedacht werden, die durch einen Massenterm ergänzt worden ist.

Wenn sich z.B. herausstellen würde, dass Photonen doch eine – wenn auch äußerst kleine – Ruhemasse besitzen, dann sollte diese WG derartige Photonen beschreiben und auch in diesem Fall sollte die Wellenfunktion Ψ noch mit dem EF und dem MF verknüpft sein. - Sehr wahrscheinlich wären dann die MGn etwas zu modifizieren. .....

Hinweis:
Durch eine einfache Transformation geht die KGG in die nichtrelativistische Schrödinger-Gleichung (SG) über. Diese enthält die Grenzgeschwindigkeit c nicht und ist deshalb im Moment außerhalb unseres Interesses.

D) Wellengleichung der relativistischen QT – Dirac-Gleichung (DG)

Die DG hat in der freien Form (d.h. ohne elektrodynamische Potentiale) folgendes Aussehen

$$\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-c\left(\hat{\vec{\alpha}}*\hat{\vec{p}}+m_0\,c\,\hat{\beta}\right)\right]\Psi(t,\vec{r})=0$$

(DG)

Sie beschreibt Teilchen mit Spin = ½ h/2π (Fermionen).

E) Ankopplung des GF an die einzelnen WGn

Es ist ausreichend, vorerst nur die freie KGG zu betrachten, weil sich dann durch Nullsetzen von m_0 die GF-gekoppelte WG der ED (formal) wie von selbst ergibt.

Wir gehen aus von der oben angegebenen KGG

$$\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)-\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]+\frac{m_0{}^2c^2}{\hbar^2}\right\}\Psi(t,r,\vartheta,\varphi)=0$$

(KGG)

und ersetzen die Grenzgeschwindigkeit c durch die effektive Grenzgeschwindigkeit c_* die sich aufgrund der SM ergibt. Zuerst schreiben wir

$$\left\{\frac{1}{c_*{}^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)-\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]+\frac{m_0{}^2c_*{}^2}{\hbar^2}\right\}\Psi(t,r,\vartheta,\varphi)=0$$

(KGG‘)

Hieraus ergibt sich unter Verwendung der SM

$$\left\{\frac{1}{\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^2 c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)-\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]+\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^2\frac{m_0{}^2 c^2}{\hbar^2}\right\}\Psi(t,r,\vartheta,\varphi)=0$$

(GF-KGG)

Diese Gleichung könnte Teilchen ohne Spin (Bosonen) im GF einer Zentralmasse M beschreiben, auf die (in diesem Fall hier) keine elektrodynamischen Potentiale wirken. Eine Einkopplung derartiger Potentiale wäre über das Prinzip der Minimalen Kopplung einfach möglich.

Photonen ($m_0 = 0$) im GF einer Zentralmasse M würden dann durch

$$\left\{\frac{1}{\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^2 c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)-\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}\Psi(t,r,\vartheta,\varphi)=0$$

(GF-ED-WG)

beschrieben werden.

Hinweis:
Geht man den ART-üblichen Weg über die Geodätengleichung und die Christoffel-Symbole, ergibt sich im Nenner vor der zweifachen Zeitableitung kein Quadrat der effektiven Grenzgeschwindigkeit.
Diese Tatsache hat mich bereits vor vielen Jahren verwundert, weil hierdurch eine gewisse Symmetrie „gestört“ ist.

Für die DG finden wir entsprechend über

$$\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-c_*\left(\hat{\vec{\alpha}}*\hat{\vec{p}}+m_0\,c_*\,\hat{\beta}\right)\right]\Psi(t,\vec{r})=0 \qquad \text{(DG‘)}$$

folgende ein zentral wirkendes GF enthaltene Gleichung

$$\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-\left(1-\frac{r_S}{r}\right)c\left(\hat{\vec{\alpha}}*\hat{\vec{p}}+m_0\left(1-\frac{r_S}{r}\right)c\,\hat{\beta}\right)\right]\Psi(t,\vec{r})=0 \qquad \text{(GF-DG)}$$

Die in diesem Abschnitt generell verwendete Ankopplung des GF in die WGn ist mit dem Prinzip der Minimalen Kopplung vergleichbar.

F) Berücksichtigung der Expansion des Universums

Im Folgenden gehen einfach davon aus, dass die β-Theorie richtig ist.

Alle bisher notierten GF-gekoppelten Wellengleichungen gelten nur zum heutigen Zeitpunkt, d.h. sie enthalten den Wert der heute messbaren Grenzgeschwindigkeit c; d.h., diese Wellengleichungen beschreiben eine heute bzw. jetzt gerade gültige Physik, also eine „Heute/Jetzt-Physik“.
Diese Aussage wird durch das Resultat $\beta = 1$ im Rahmen der β-Theorie nahegelegt.

Ersetzen wir deshalb die Grenzgeschwindigkeit c in einem zweiten Schritt gemäß dem Ergebnis

$$c^2 = \frac{2M_U G}{R_U} \qquad \frac{1}{c^2} = \frac{R_U}{2M_U G} \qquad c = \sqrt{\frac{2M_U G}{R_U}} \qquad \frac{1}{c} = \sqrt{\frac{R_U}{2M_U G}}$$

aus der β-Theorie, erhalten wir der Reihe nach folgende WGn

$$\left\{ \frac{R_U}{2M_U G \left(1 - \frac{M}{M_U}\frac{R_U}{r}\right)^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}\Psi(t,\vec{r}) +$$

$$+\left(1 - \frac{M}{M_U}\frac{R_U}{r}\right)^2 \frac{2M_U G\, m_0{}^2}{R_U \hbar^2}\Psi(t,\vec{r}) = 0 \qquad wegen \qquad r_S = \frac{2MG}{c^2} = \frac{M}{M_U} R_U$$

(Immer-GF-KGG)

und

$$\left\{ \frac{R_U}{2M_U G \left(1 - \frac{M}{M_U}\frac{R_U}{r}\right)^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}\Psi(t,r,\vartheta,\varphi) = 0$$

(Immer-GF-ED-WG)

und

$$\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - \sqrt{\frac{2M_U G}{R_U}}\left(1 - \frac{M}{M_U}\frac{R_U}{r}\right)\left(\hat{\vec{\alpha}} * \hat{\vec{p}} + m_0\sqrt{\frac{2M_U G}{R_U}}\left(1 - \frac{M}{M_U}\frac{R_U}{r}\right)\hat{\beta}\right)\right]\Psi(t,\vec{r}) = 0$$

(Immer-GF-DG)

Alle diese (hier ohne elektrodynamische Potentiale notierten) WGn enthalten die Grenzgeschwindigkeit c nicht mehr.
Diese Grenzgeschwindigkeit ist durch unsere Vorgehensweise auf zwei andere physikalische Größen zurückgeführt worden, wobei M_U mit Sicherheit eine Naturkonstante ist.

Beim Arbeiten mit diesen Wellengleichungen ist zu berücksichtigen, dass die Zeit t ungleich T_U ist.

Man wird am Ende einer jeden Rechnung R_U entsprechend dem aktuellen Alter T_U vom Universum einzusetzen haben, falls das Berechnete kosmologische Aspekte enthält.

Insofern kann zuerst mit einer festgehaltenen Grenzgeschwindigkeit c gerechnet werden, um dann – für kosmologisch relevante Aussagen (z.B. ein Vergleich von Spektren von Atomen von damals und heute) - am Schluss der Rechnung entsprechend $R_U(T_U)$ bzw. T_U selbst (erinnert sei hier an die Lösung der FDGL für ein flaches Universum) zu verwenden.

Diese GF-gekoppelten Wellengleichungen beschreiben eine für alle Zeiten T_U geltende „Immer-Physik“!

Schlussbemerkungen:

1)
Es soll nicht unerwähnt bleiben, dass alle physikalischen Gleichungen, die die Grenzgeschwindigkeit c enthalten, von ihrer bekannten „Heute/Jetzt-Form“ in eine „Immer-Form“ umgerechnet werden können.
Dies betrifft speziell auch die Sommerfeldsche-Feinstrukturkonstante $\alpha = e^2 / (2\,h\,\varepsilon_0\,c)$. .....
2)
Wird Physik in einem sehr schwachen GF betrieben, können die Schwarzschild-Faktoren $(1 - r_S/r)$ getrost gleich eins gesetzt werden. :-)
3)
Sollte das hier vorgestellte Konzept physikalisch brauchbar sein, setzt sich die gemessene kosmologische Rotverschiebung aus mindestens zwei Komponenten zusammen: Die Expansion des Universums als eine direkte Ursache und die Veränderung der Spektren aufgrund der veränderlichen Grenzgeschwindigkeit als zweite Ursache.
Dann aber müsste diese Situation in der β-Theorie berücksichtigt und nochmals von vorn durchgerechnet werden. .....
4)
Für die immer geltende – hier frei von elektrodynamischen Potentialen aufgeschriebene - Schrödinger-Gleichung „Immer-SG“ bekommen wir

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Phi(t,\vec{r}) + \frac{\hbar^2}{2m_0}\left(1-\frac{M}{M_U}\frac{R_U}{r}\right)^2\left\{\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}\Phi(t,\vec{r})+$$

$$-\frac{m_0 M_U G}{R_U}\left[\left(1-\frac{M}{M_U}\frac{R_U}{r}\right)^4-1\right]\Phi(t,\vec{r})=0$$

(Immer-GT-SG)

Hieraus ergibt sich die heute geltende GT-SG zu

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Phi(t,\vec{r}) + \frac{\hbar^2}{2m_0}\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^2\left\{\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}\Phi(t,\vec{r})+$$

$$-\frac{m_0 c^2}{2}\left[\left(1-\frac{r_S}{r}\right)^4-1\right]\Phi(t,\vec{r})=0$$

(Heute-GT-SG)

Für ein schwaches GF erhalten wir

$$\left\{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{2m_0}\left(1-2\frac{M}{M_U}\frac{R_U}{r}\right)\left\{\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}+4\frac{m_0 MG}{r}\right\}\Phi(t,\vec{r})\approx 0$$

(Immer-GT-SG; Schwachfeldnäherung)

und demnach auch

$$\left\{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{2m_0}\left(1-2\frac{r_S}{r}\right)\left\{\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\right\}+2m_0c^2\frac{r_S}{r}\right\}\Phi(t,\vec{r})\approx 0$$

(Heute-GT-SG; Schwachfeldnäherung)

Erste Internet-Ausgabe: 03.02.2013
Letzte inhaltliche Änderung: 04.02.2013
Letzte Schreibfehlerkorrektur: 04.02.2013